

Prueba Problema 1

a) Sean p, q, r y s proposiciones. Pruebe, sin usar tablas de verdad que $[(p \Rightarrow q) \wedge (\bar{s} \Rightarrow \bar{r})] \Rightarrow [\bar{p} \vee \bar{r} \vee (q \wedge s)]$ es una tautología

1ª Forma.: Usando definiciones y tautologías conocidas

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (\bar{s} \Rightarrow \bar{r})] \Rightarrow [\bar{p} \vee \bar{r} \vee (q \wedge s)]$$

$$\Leftrightarrow [(\bar{p} \vee q) \wedge (\bar{s} \vee \bar{r})] \Rightarrow [\bar{p} \vee \bar{r} \vee (q \wedge s)]$$

$$\Leftrightarrow \overline{(\bar{p} \vee q) \wedge (\bar{s} \vee \bar{r})} \vee [\bar{p} \vee \bar{r} \vee (q \wedge s)]$$

$$\Leftrightarrow (\overline{\bar{p} \vee q}) \vee (\overline{\bar{s} \vee \bar{r}}) \vee [\bar{p} \vee \bar{r} \vee (q \wedge s)]$$

$$\Leftrightarrow (p \wedge \bar{q}) \vee (s \wedge r) \vee [\bar{p} \vee \bar{r} \vee (q \wedge s)]$$

$$\Leftrightarrow [(p \wedge \bar{q}) \vee \bar{p}] \vee [(s \wedge r) \vee \bar{r}] \vee (q \wedge s)$$

$$\Leftrightarrow [(p \vee \bar{p}) \wedge (\bar{q} \vee \bar{p})] \vee [(\bar{s} \vee \bar{r}) \wedge (r \vee \bar{r})] \vee (q \wedge s)$$

$$\Leftrightarrow [V \wedge (\bar{q} \vee \bar{p})] \vee [(\bar{s} \vee \bar{r}) \wedge V] \vee (q \wedge s)$$

$$\Leftrightarrow (\bar{q} \vee \bar{p}) \vee (\bar{s} \vee \bar{r}) \vee (q \wedge s) \Leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{r}) \vee (\bar{q} \vee \bar{s}) \vee (q \wedge s) \quad \text{Asociat.}$$

$$\Leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{r}) \vee \underbrace{(\bar{q} \vee \bar{s}) \vee (q \wedge s)}_V \Leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{r}) \vee V \Leftrightarrow V \quad \text{Ley de Morgan} \quad \text{Asociat.}$$

→ (2.0)

2ª Forma.: Por Inspección

El caso que interesa es suponer que $\bar{p} \vee \bar{r} \vee (q \wedge s)$ es Falso y probar que entonces $[(p \Rightarrow q) \wedge (\bar{s} \Rightarrow \bar{r})]$ también es Falso. En efecto, si $\bar{p} \vee \bar{r} \vee (q \wedge s) \Leftrightarrow F$ entonces \bar{p}, \bar{r} y $q \wedge s$ son F. Es decir p es V, r es V y q y s tienen valores distintos. De esta forma el primer miembro queda

$$(V \Rightarrow q) \wedge (\bar{s} \Rightarrow F)$$

→ (2.0)

Como q y \bar{q} tienen valores distintos; q y \bar{q} tienen igual valor, es decir ambos son V o ambos F

Así, $(V \Rightarrow q) \wedge (\bar{q} \Rightarrow F)$ sería $(V \Rightarrow V) \wedge (V \Rightarrow F) \Leftrightarrow V \wedge F \Leftrightarrow F$
 o $(V \Rightarrow F) \wedge (F \Rightarrow F) \Leftrightarrow F \wedge V \Leftrightarrow F$.

→ (2.0)

b) Considere las proposiciones siguientes

$$p: (\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(x \leq y)$$

$$q: (\forall y \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R})(x \leq y)$$

Indique el valor de verdad de cada una de ellas justificando su respuesta. Finalmente escriba sus negaciones.

La proposición p equivale a establecer que existe el menor un número real menor o igual que cualquier otro real, es decir, que los reales son acotados inferiormente, lo cual es F

La proposición q equivale a decir que para cualquier real, existe el menor otro menor o igual que el, lo cual es V

→ (1.0)

Negaciones

$$\bar{p} \Leftrightarrow (\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R})(x > y)$$

$$\bar{q} \Leftrightarrow (\exists y \in \mathbb{R})(\forall x \in \mathbb{R})(x > y)$$